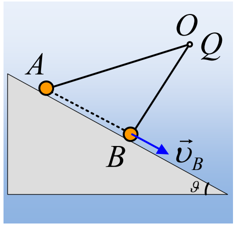
Μια κίνηση σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο.



Ένα μικρό φορτισμένο σφαιρίδιο, μάζας m=2g και φορτίου q=1μC, αφήνεται στο σημείο Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, απέχοντας απόσταση (ΑΟ)=1m, από ένα ακλόνητο σημειακό φορτίο Q. Μετά από λίγο το σφαιρίδιο, αφού μετατοπισθεί κατά 0,6m φτάνει σε σημείο Β, όπου (ΟΒ)=0,8m, με ταχύτητα υ_B=2m/s.

i) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει πάνω στο σφαιρίδιο, η δύναμη που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του φορτίου Q, κατά τη μετακίνηση από το σημείο Α στο Β.

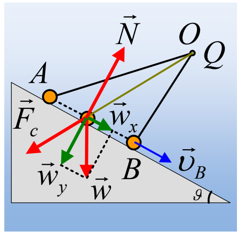
ii) Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού $V_{AB}=V_A-V_B$.

iii) Ποια η επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση Β;

iv) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση Α.

Δίνεται η κλίση του επιπέδου θ=30°, g=10m/s^2 και Κ=9·10^{9}N·m^2/C^2.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, όπου F_c η δύναμη Coulomb από το φορτίο στο Ο, η οποία δεν γνωρίζουμε αν είναι ελκτική ή απωστική, οπότε την σχεδιάσαμε να είναι απωστική, χωρίς να επηρεάζει προς το παρόν τη μελέτη μας. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σφαιρίδιο από τη θέση Α στη θέση Β:

$$K_B-K_A=W_w+W_{Fc}+W_N \rightarrow$$

Αλλά $W_N=0$, δύναμη κάθετη στη μετατόπιση και $W_w=W_{wx}$=mg·ημθ·x, οπότε:

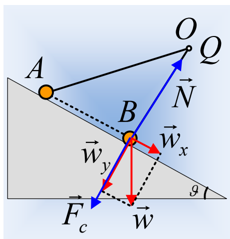
$$\tfrac{1}{2}\, m\upsilon_B^2 - 0 = mg\cdot\eta\mu\theta\cdot(AB)+W_{Fc} \rightarrow$$

$$W_{Fc}=\tfrac{1}{2}\, m\upsilon_B^2 - mg\cdot\eta\mu\theta\cdot(AB)= \tfrac{1}{2}\, 2\cdot 10^{-3}\cdot 2^2 J-2\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot \tfrac{1}{2}\cdot 0{,}6J=-\,2\cdot 10^{-3}J.$$

ii) Το παραπάνω έργο δίνεται από την εξίσωση:

$$W_{AB}=q\cdot(V_A-V_B) \rightarrow V_A-V_B=\frac{W_{A\to B}}{q}=\frac{-2\cdot 10^{-3}}{1\cdot 10^{-6}}V=-2.000V$$

iii) Το τρίγωνο ΒΑΟ είναι ορθογώνιο, αφού $(AB)^2+(BO)^2=0{,}6^2+0{,}8^2=0{,}36+0{,}64=1=(AO)^2$.



Αλλά τότε η δύναμη που ασκείται στο σφαιρίδιο από το φορτίο Q είναι κάθετη στο επίπεδο και παίρνοντας τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση Β, τις παράλληλες στο επίπεδο έχουμε:

$$\Sigma F_x=m\cdot\alpha \rightarrow mg\cdot\eta\mu\theta=m\alpha \rightarrow \alpha=g\cdot\eta\mu\theta=10\cdot \tfrac{1}{2}\ m/s^2=5\ m/s^2.$$

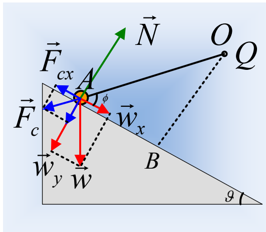
iv) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q, δίνεται από την εξίσωση:

$$V_{AB}=V_A-V_B=K_c\frac{Q}{r_A}-K_c\frac{Q}{r_B}=K_cQ\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)\rightarrow$$

$$Q=\frac{V_{AB}}{K_c\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_A}\right)}=\frac{-2.000}{9\cdot 10^9\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{0,8}\right)}C=\frac{8}{9}10^{-6}\,C$$

Αλλά τότε το μέτρο της δύναμης Coulomb στη θέση Α είναι:

$$F_{cA}=K_c\frac{Qq}{r_A^2}=9\cdot 10^9\,\frac{{}^{8}\!/_{9}10^{-6}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{1^2}N=8\cdot 10^{-3}\,N$$



Σχεδιάζοντας τώρα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση Α, όπως στο διπλανό σχήμα, έχουμε:

$$\Sigma F_x=m\cdot\alpha_o \rightarrow w_x\text{-}F_{cx}=m\cdot\alpha_o \rightarrow\ mg\cdot\eta\mu\theta - F_{cA}\cdot\sigma\upsilon\nu\phi=m\cdot a_o$$

Όπου $\sigma\upsilon\nu\phi=\dfrac{(OB)}{(OA)}=0,6$, οπότε τελικά:

$$a_o=g\cdot\eta\mu\theta - \frac{F_{cA}\cdot\sigma\upsilon\nu\phi}{m}=10\cdot\frac{1}{2}m/s^2-\frac{8\cdot 10^{-3}\cdot 0,6}{2\cdot 10^{-3}}m/s^2=2,4m/s^2.$$

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης