

Μία μηχανή με τα απαραίτητα δεδομένα.

Ιδανικό μονοατομικό αέριο υποβάλλεται στην παρακάτω κυκλική μεταβολή:

A → B εκτονώνεται ισοβαρώς, απορροφώντας θερμότητα $Q_{AB}=800J$ και διπλασιάζοντας τη θερμοκρασία του.

B → Γ εκτονώνεται ισόθερμα, παράγοντας έργο $W_{BΓ} = 400J$

Γ → Δ συμπιέζεται ισοβαρώς

Δ → A συμπιέζεται ισόθερμα στην αρχική κατάσταση.

α) Να παραστήσετε την κυκλική μεταβολή σε διαγράμματα p-V, p-T και V-T.

β) Να βρείτε το ποσό θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισοβαρή συμπίεση.

γ) Να υπολογίσετε το ολικό έργο που παράγεται ανά κύκλο.

δ) Να βρείτε το συντελεστή απόδοσης μιας θερμικής μηχανής που λειτουργεί με τον παραπάνω κύκλο.

ε) Να συγκρίνετε τον παραπάνω συντελεστή απόδοσης με το συντελεστή απόδοσης μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών.

$C_V=3R/2$

Απάντηση:

α) Η A → B ισοβαρή, από το νόμο Gay – Lussac

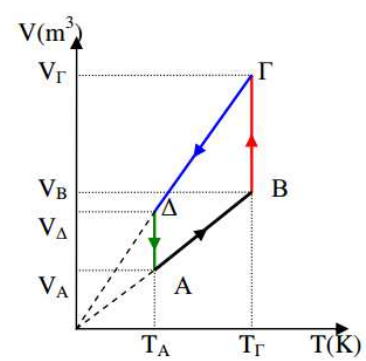
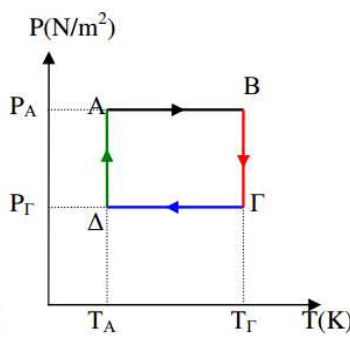
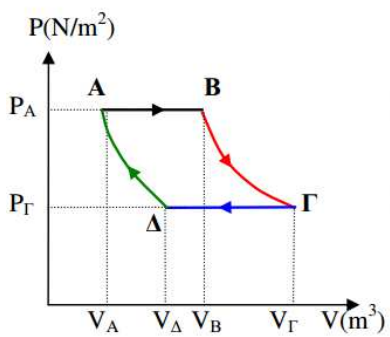
$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow V_B \cdot T_A = V_A \cdot T_B \Rightarrow V_B \cdot T_A = V_A \cdot 2T_A \Rightarrow V_B = 2V_A$$

Γ → Δ ισοβαρή, από το νόμο Gay – Lussac

$$\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \Rightarrow V_\Gamma \cdot T_\Delta = V_\Delta \cdot T_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma \cdot T_A = V_\Delta \cdot 2T_A \Rightarrow V_\Gamma = 2V_\Delta$$

| | | | | |
|---------------------------|----------------|---------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| | A | B | Γ | Δ |
| P(N/m²) | P _A | P _B =P _A | P _Γ | P _Δ =P _Γ |
| V(m³) | V _A | V _B =2V _A | V _Γ | V _Δ =V _Γ /2 |
| T(K) | T _A | T _B =2T _A | T _Γ = 2T _A | T _Δ = T _A |

↺ ισοβαρή
↺ ισόθερμη
↺ ισοβαρή



β) $Q_{ΓΔ} = \Delta U_{ΓΔ} + W_{ΓΔ} = Q_{ΓΔ} \rightarrow$

$$Q_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma \Delta V_{\Gamma\Delta} + \frac{3}{2} nR \Delta T_{\Gamma\Delta} = \frac{5}{2} nR \Delta T_{\Gamma\Delta} = \frac{5}{2} nR(T_\Delta - T_\Gamma) = -\frac{5}{2} nRT_A = -\frac{5}{2} P_A V_A \quad (1)$$

$$\text{Ανάλογα } Q_{AB} = \frac{5}{2} nR \Delta T_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{5}{2} nRT_A = \frac{5}{2} P_A V_A \Rightarrow 800 = \frac{5}{2} P_A V_A \Rightarrow P_A V_A = 320J$$

$$\text{Έτσι } Q_{\Gamma\Delta} = -800J$$

$$\gamma) W_{AB} = p_A \Delta V_{AB} = p_A (V_B - V_A) \Rightarrow W_{AB} = p_A (2V_A - V_A) \Rightarrow W_{AB} = p_A V_A = 320J$$

$$W_{B\Gamma} = 400J$$

$$W_{\Gamma\Delta} = p_{\Delta} \Delta V_{\Gamma\Delta} = p_{\Delta} (V_{\Delta} - V_{\Gamma}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = p_{\Delta} (V_{\Delta} - 2V_{\Delta}) \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = -p_{\Delta} V_{\Delta} = -p_A V_A = -320J$$

$$W_{B\Gamma} = nRT_B \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) \Rightarrow 400 = P_B V_B \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) \Rightarrow 400 = P_A 2V_A \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) \Rightarrow 200 = P_A V_A \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right)$$

$$\ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) = \frac{200}{P_A V_A} = \frac{200}{320} \Rightarrow \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) = \frac{5}{8}$$

$$W_{\Delta A} = nRT_{\Delta} \ln\left(\frac{V_A}{V_{\Delta}}\right) = P_A V_A \ln\left(\frac{V_B/2}{V_{\Gamma}/2}\right) = P_A V_A \ln\left(\frac{V_B}{V_{\Gamma}}\right) \Rightarrow W_{\Delta A} = -P_A V_A \ln\left(\frac{V_{\Gamma}}{V_B}\right) = -320 \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow W_{\Delta A} = -200J$$

$$\text{Έτσι } W_{\text{ολ}} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} = 320 + 400 - 320 - 200 = 200J$$

δ)

$$e = \frac{W_{\text{ολ}}}{Q_h} = \frac{200}{1200} = \frac{1}{6}$$

$$Q_h = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} \Rightarrow 800 + 400 = 1200J$$

ε) Η αντίστοιχη μηχανή του Carnot που θα λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών θα είχε απόδοση

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_A}{2T_A} = 1 - \frac{1}{2} = 0,5$$

Επειδή ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής είναι μικρότερος από την αντίστοιχη του Carnot η παραπάνω μηχανή έχει αντίκρουσμα στην πραγματικότητα.

Σχόλιο

Θα έπρεπε να δείξουμε ότι $V_{\Delta} < V_B$

Μπορούμε να το κάνουμε γνωρίζοντας μόνο ότι $\ln(2) = 0,7$

$$W_{B\Gamma} = nRT_B \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right) \Rightarrow 400 = P_B V_B \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right) \Rightarrow 400 = P_A 2V_A \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right) \Rightarrow 200 = P_A V_A \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right)$$

$$\ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right) = \frac{200}{320} \Rightarrow \ln\left(\frac{2V_\Delta}{V_B}\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow \ln\left(\frac{V_\Delta}{V_B}\right) + \ln(2) = \frac{5}{8} \Rightarrow \ln\left(\frac{V_\Delta}{V_B}\right) = \frac{5}{8} - \ln(2)$$

$$\ln\left(\frac{V_\Delta}{V_B}\right) = \frac{5}{8} - \ln(2) = 0,625 - 0,7 \Rightarrow \ln\left(\frac{V_\Delta}{V_B}\right) = -0,075 \Rightarrow \ln\left(\frac{V_B}{V_\Delta}\right) = 0,075 \Rightarrow \frac{V_B}{V_\Delta} = e^{0,075} > 1 \Rightarrow V_B > V_\Delta$$

ή αν γνωρίζουμε ότι $e^{\frac{5}{8}} = 1.86$ τότε

$$\ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_B}\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{V_\Gamma}{V_B} = e^{\frac{5}{8}} = 1.86 \Rightarrow V_\Gamma = 1.86V_B \Rightarrow 2V_\Delta = 1.86V_B \Rightarrow V_\Delta = 0,93V_B$$

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Χρήστος Αγριόδημας