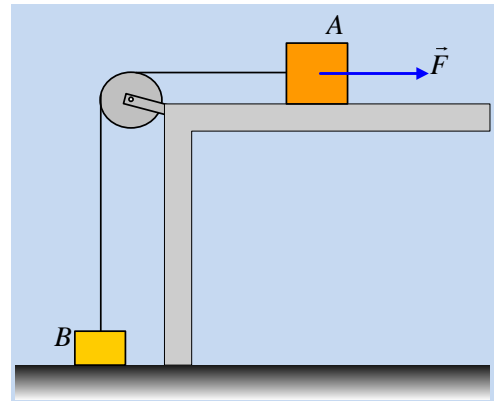


### Τα έργα και οι ενέργειες σε ένα σύστημα σωμάτων.

Πάνω σε ένα τραπέζι ύψους 1m ηρεμεί ένα σώμα A μάζας  $M=3\text{kg}$ , το οποίο παρουσιάζει με το τραπέζι συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,5$ . Το σώμα A είναι δεμένο στο ένα άκρο τεντωμένου νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία, αμελητέας μάζας, καταλήγει σε σώμα B στο έδαφος, στο οποίο προσδένεται το άλλο του άκρο. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα A μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F, μέχρι να το μετακινήσουμε κατά 40cm, προσφέροντας ενέργεια στο σώμα ίση με 12J, οπότε παύουμε να ασκούμε την δύναμη, ενώ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1=1\text{m/s}$ .



- i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:
    - α) Η κινητική ενέργεια του σώματος A αυξάνεται κατά 12J.
    - β) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με 30N.
    - γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα A, είναι ίση με το έργο της δύναμης F.
    - δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίση με 12J.
  - ii) Να υπολογίσετε την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στο σώμα A.
  - iii) Να βρείτε την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα B.
  - iv) Ποιο ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στο B σώμα εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος;
  - v) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα B. Στην θέση αυτή θα ισορροπήσει ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω, επιστρέφοντας στο έδαφος;
- Δίνεται ότι το νήμα έχει σταθερό μήκος και αμελητέα μάζα, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .

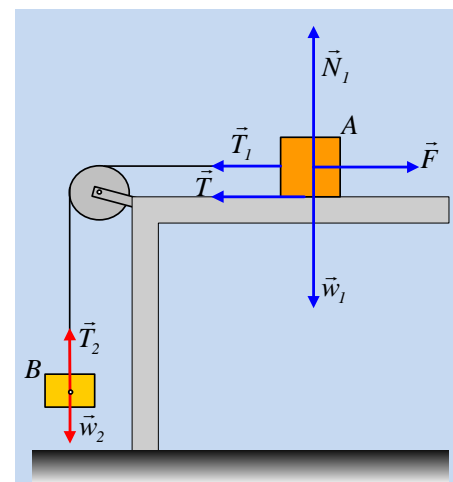
#### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα, όπου  $T_1=T_2$  η τάση του νήματος, αφού αυτό είναι αμελητέας μάζας.

Ενέργεια στο σώμα προσφέρει, μέσω του έργου της, η δύναμη F, ενώ αφαιρούν η τριβή T και η τάση του νήματος  $T_1$ . Το έργο της τριβής, θα μετρά την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, ενώ το έργο της τάσης του νήματος  $T_1$ , μετράει την ενέργεια η οποία μεταφέρεται μέσω του νήματος από το σώμα A στο σώμα B.

Με βάση τα παραπάνω οι απαντήσεις είναι:

- α) Η κινητική ενέργεια του σώματος A αυξάνεται κατά 12J. **Λ.**



β) Το μέτρο της δύναμης  $F$  είναι ίσο με  $30\text{N}$ . **Λ.** (δεν είναι σταθερή).

γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα  $A$ , είναι ίση με το έργο της δύναμης  $F$ . **Σ.**

δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίση με  $12\text{J}$ . **Λ.** (ένα μέρος της ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική και ένα άλλο σε δυναμική του σώματος  $B$ ).

ii) Το σώμα  $A$  ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε  $\Sigma F_y=0$  ή  $N=Mg$ , οπότε  $T_{ολ}=\mu \cdot N$  και:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigmaυνα = \mu Mg \cdot \Delta x \cdot (-1) = -\mu Mg \cdot \Delta x = -0,5 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 0,4\text{J} = -6\text{J}.$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας λέει ότι αφαιρέθηκε ενέργεια  $6\text{J}$  από το  $A$  σώμα (ενέργεια που θα μπορούσε να εμφανιστεί ως κινητική), η οποία μετατρέπεται σε θερμική. Άρα  $Q_{\theta}=+6\text{J}$ .

iii) Εφαρμόζουμε για το σώμα  $A$  και για την διάρκεια που ασκείται η δύναμη  $F$ , το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w1} + W_N + W_F + W_{T1} + W_T$$

Αλλά το βάρος και η κάθετη αντίδραση  $N$ , δεν παράγουν έργο, αφού είναι κάθετες στη μετατόπιση και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} M v_1^2 - 0 = 0 + 0 + W_F + W_{T1} + W_T \rightarrow$$

$$W_{T1} = \frac{1}{2} M v_1^2 - W_F - W_T = \frac{1}{2} 3 \cdot 1^2 \text{J} - 12\text{J} - (-6) \text{J} = -4,5\text{J}$$

Το παραπάνω έργο εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα  $A$  και μέσω του νήματος μεταφέρεται στο σώμα  $B$  ( $W_{T2}=+4,5\text{J}$ ), αφού τα μέτρα των δυνάμεων είναι ίσα και όσο μετατοπίζεται προς τα δεξιά το  $A$  σώμα, τόσο ανέρχεται και το σώμα  $B$ .

iv) Εφαρμόζουμε για το σώμα  $B$  και για την διάρκεια της ανόδου του κατά  $y=\Delta x=0,4\text{m}$ , το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w2} + W_{T2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = -mgy + W_{T2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \cdot 1^2 = -m \cdot 10 \cdot 0,4 + 4,5 \rightarrow$$

$$m = 1\text{kg}$$

Αλλά τότε η ενέργεια η οποία εμφανίζεται ως κινητική είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1^2 \text{J} = 0,5\text{J}$$

Συνεπώς το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi = \frac{K}{W_{T2}} 100\% = \frac{0,5\text{J}}{4,5\text{J}} 100\% = 11,1\%$$

v) Έστω ότι η ταχύτητα του  $B$  σώματος θα μηδενιστεί, αφού μετακινηθεί προς τα πάνω κατά  $y_1$ , οπότε και το σώμα  $A$  θα αποκτήσει μηδενική ταχύτητα, έχοντας μετατοπισθεί κατά  $x_1=y_1$ . Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα το Θ.Μ.Κ.Ε για τις παραπάνω κινήσεις, οπότε παίρνουμε:

$$K_{A/τελ}-K_{A/αρχ}=W_{w1}+W_{N1}+W_{T1}+W_T \rightarrow 0-\frac{1}{2}Mv_1^2=-T_1 \cdot x_1-T \cdot x_1 \quad (1)$$

$$K_{B/τελ}-K_{B/αρχ}=W_{T2}+W_{w2} \rightarrow 0-\frac{1}{2}mv_1^2=+T_2 \cdot y_1-mgy_1 \quad (2)$$

Αλλά  $W_{T1}=-W_{T2}$  και με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) παίρνουμε:

$$-\frac{1}{2}(M+m) \cdot v_1^2 = -(T+mg) \cdot y_1 \rightarrow$$

$$y_1 = \frac{(M+m)v_1^2}{2(T+mg)} = \frac{(3+1) \cdot 1^2}{2(15+10)} m = 0,08m$$

**Σημείωση:** Ένα ερώτημα που αναζητά απάντηση είναι το εξής:

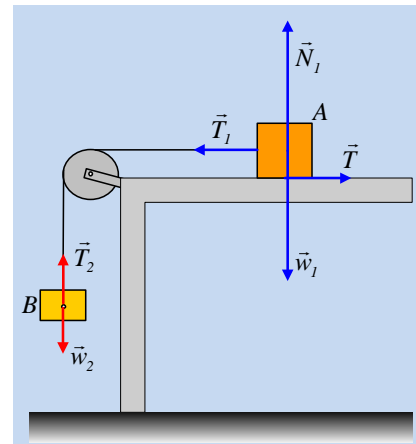
Γιατί τα δυο σώματα να κινηθούν μαζί και να σταματήσουν ταυτόχρονα, μετά την κατάργηση της ασκούμενης δύναμης  $F$ ; Έστω ότι το νήμα χαλαρώνει και τα δυο σώματα κινούνται ανεξάρτητα. Τότε το σώμα  $B$  κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους αποκτώντας επιτάχυνση με φορά προς κάτω (επιβράδυνση) μέτρου  $a_2=g=10m/s^2$ .

Ενώ αντίστοιχα το  $A$  σώμα αποκτά επιτάχυνση  $a_1=-T/m=-15/3m/s^2=-5m/s^2$ .

Αλλά αυτό σημαίνει ότι έχει μικρότερη επιβράδυνση από το σώμα  $B$  και το νήμα αντί να χαλαρώνει, θα πρέπει να αυξάνει το μήκος του!!! Καταλήξαμε λοιπόν σε άτοπο! Σε μια λανθασμένη υπόθεση.

Μόλις μηδενιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, το σώμα  $B$  τείνει να κινηθεί προς τα κάτω και το  $A$  σώμα εξαιτίας της τάσης του νήματος, προς τα αριστερά. Αλλά τότε αλλάζει η φορά της τριβής, όπως στο διπλανό σχήμα. Το θέμα είναι θα κινηθούν τα σώματα;

Αν υποθέσουμε ότι πέφτει το σώμα  $B$ , τότε η τάση του νήματος θα έχει μέτρο μικρότερο από το βάρος, δηλαδή  $T_2 < 10N$ . Αλλά τότε και η  $T_1$  είναι μικρότερη από  $10N$  και η ασκούμενη στο  $A$  σώμα τριβή θα έχει επίσης μέτρο ίσο με  $T_1$  και θα είναι στατική τριβή και όχι τριβή ολίσθησης! Για να μπορέσει να κινηθεί το  $A$  σώμα θα πρέπει να δεχτεί οριζόντια δύναμη, τουλάχιστον ίση με  $15N$ , όσο είναι και το μέτρο της τριβής ολίσθησης (υποθέτοντας ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με την οριακή τριβή). Στην πραγματικότητα η οριακή τριβή είναι μεγαλύτερη από  $15N$ , οπότε απαιτείται η άσκηση δύναμης μεγαλύτερης από  $15N$  για να τεθεί σε κίνηση το  $A$  σώμα...



## Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

**Διονύσης Μάργαρης**