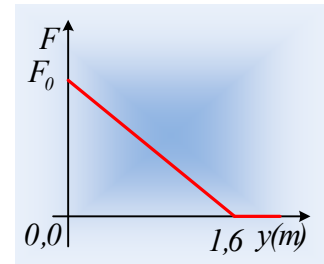


Μια μεταβλητή δύναμη και η μηχανική ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο έδαφος, στο σημείο Α. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη με φορά προς τα πάνω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το ύψος y από το έδαφος, όπως στο διπλανό διάγραμμα. Φτάνοντας το σώμα στη θέση Γ, σε ύψος 1,6m η δύναμη καταργείται και το σώμα συνεχίζοντας την κίνησή του φτάνει μέχρι και το σημείο Δ σε ύψος 2,4m, πριν κινηθεί προς τα κάτω και επιστρέψει στην αρχική του θέση Α. Ζητούνται:



- i) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδενική στη θέση Α.
 - ii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα, στη διάρκεια της κίνησής του.
 - iii) Η ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ, μόλις μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη F.
 - iv) Η αρχική επιτάχυνση που απέκτησε το σώμα μόλις δέχτηκε τη δράση της δύναμης F.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Με βάση την εκφώνηση, το σώμα δέχεται τη δύναμη F μέχρι τη θέση Γ, σε ύψος $h_1=1,6\text{m}$, ενώ ανεβαίνει μέχρι τη θέση Δ, σε ύψος $h_2=2,4\text{m}$. Αλλά τότε τη μέγιστη δυναμική του ενέργεια την έχει στη θέση Δ, στο μεγαλύτερο ύψος:

$$U_{\max} = U_{\Delta} = mgh_2 = 1 \cdot 10 \cdot 2,4\text{J} = 24\text{J}.$$

- ii) Στη διάρκεια της άσκησης της δύναμης το σώμα παίρνει ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης, την οποία εμφανίζει ως κινητική και δυναμική ενέργεια. Έτσι όσο ανεβαίνει, μέχρι το ύψος h_1 η μηχανική του ενέργεια αυξάνεται. Μετά τον μηδενισμό της δύναμης, η μηχανική ενέργεια δεν αυξάνεται πια, παραμένοντας σταθερή. Ανεβαίνοντας το σώμα τώρα, η κινητική του ενέργεια μειώνεται και αυξάνεται η δυναμική, η οποία και γίνεται μέγιστη στη θέση Δ. Από εκεί και πέρα το σώμα κινείται προς τα κάτω και η δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική. Συνεπώς τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα την έχει τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος και που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ Δ και Α θα έχουμε λοιπόν:

$$K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_A + U_A \rightarrow U_{\Delta} = K_A \rightarrow$$

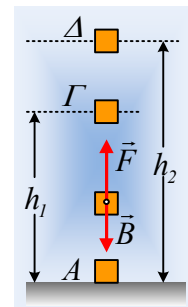
$$K_A = K_{\max} = U_{\max/\Delta} = 24\text{J}.$$

- iii) Εφαρμόζουμε ξανά την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ Γ και Δ έχουμε:

$$K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_{\Delta} + U_{\Delta} \rightarrow$$

$$v_{\Gamma} = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (2,4 - 1,6)}\text{m/s} = 4\text{m/s}.$$

- iv) Για να βρούμε τι ακριβώς συνέβη μόλις ασκήθηκε στο σώμα η δύναμη F, χρειάζεται να γνωρίζουμε την αρχική της τιμή F_0 . Εφαρμόζουμε για το σώμα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη



θέση Α στην θέση Γ, όπου οι δυνάμεις που ασκούνται είναι το βάρος και η δύναμη F:

$$K_{\Gamma} - K_A = W_F + W_B \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_{\Gamma}^2 - 0 = W_F - mgh_1$$

Αλλά το έργο της δύναμης, είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου στο διάγραμμα F-y, οπότε με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$\frac{1}{2} m v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} 1,6 \cdot F_0 - mgh_1 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 1 \cdot 4^2 = 0,8 F_0 - 1 \cdot 10 \cdot 1,6 \rightarrow F_0 = 30 N$$

Οπότε παίρνοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη και με δεδομένο ότι αυτή είναι μεγαλύτερη από το βάρος (B=mg=10N), οπότε το σώμα θα χάσει την επαφή με το έδαφος και δεν ασκείται πια κάθετη αντίδραση, έχουμε:

$$\Sigma F = ma_0 \rightarrow a_0 = \frac{F_0 - B}{m} = \frac{30 - 10}{1} m/s^2 = 20 m/s^2.$$

Σχόλιο:

Γνωρίζοντας πια την αρχική τιμή της δύναμης μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της:

$$W_F = \frac{1}{2} 1,6 \cdot 30 J = 24 J$$

Βλέπουμε δηλαδή ένα σώμα στο έδαφος να μην έχει μηχανική ενέργεια. Ασκώντας πάνω του τη δύναμη F, μέσω του έργου της του προσφέρουμε ενέργεια 24J. Η ενέργεια αυτή εμφανίζεται ως κινητική και δυναμική, σε κάθε θέση, μέχρι να φτάσει στο σημείο Δ, όπου την βρίσκουμε ως δυναμική, ενώ στη συνέχεια το σώμα πέφτει και όλη η ενέργεια εμφανίζεται ως κινητική τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Λιονύσης Μάργαρης