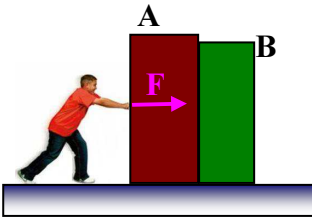


Ενεργειακή μελέτη κίνησης συστήματος



Το κιβώτιο A του σχήματος, εφάπτεται στο κιβώτιο B, και το σύστημα αρχικά ηρεμεί στη θέση $x = 0$, πάνω σε τραχύ και ακλόνητο οριζόντιο επίπεδο. Ένα παιδί, αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο A ασκώντας του σταθερή οριζόντια δύναμη F , όπως φαίνεται στο σχήμα, κι έτσι τα δυο σώματα, αρχίζουν να μετατοπίζονται μαζί, προς την κατεύθυνση της F .

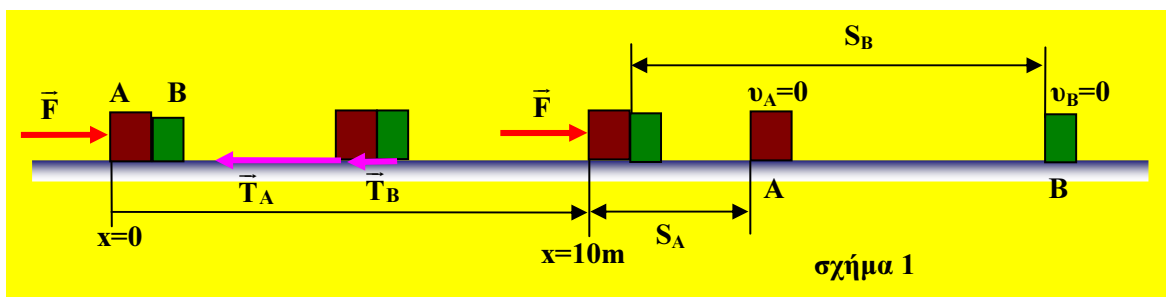
Ταυτόχρονα, ασκείται στα κιβώτια τριβή ολίσθησης μέτρου $T_A = 160\text{N}$ στο A και $T_B = 10\text{N}$ στο B.

Το παιδί, αφήνει τα κιβώτια ελεύθερα, στη θέση $x = 10\text{m}$ έχοντας καταναλώσει κατά την μετατόπιση αυτή ενέργεια 1900J .

Αν τα διαστήματα που διανύουν τα κιβώτια A και B μετά που θα τα εγκαταλείψει το παιδί είναι S_A και S_B αντίστοιχα, με $S_B - S_A = 3\text{m}$ να βρείτε:

- i. Το μέτρο της σταθερής οριζόντιας δύναμης που άσκησε το παιδί.
 - ii. Το έργο της τριβής που ασκείται σε κάθε κιβώτιο όσο τα σπρώχνει το παιδί.
 - iii. Την κινητική ενέργεια που έχουν και τα δυο κιβώτια μαζί, στη θέση $x = 10\text{m}$.
 - iv. Το διάστημα που διανύει κάθε σώμα μόνο του, μέχρι να σταματήσει, μετά που θα τα αφήσει το παιδί.
 - v. Τη μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα A κατά την διάρκεια της κίνησής του.
 - vi. Το συνολικό ποσό της θερμικής ενέργειας που εκλύεται στο περιβάλλον κατά την κίνηση των κιβωτίων.
 - vii. Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της προσφερόμενης ενέργειας από το παιδί, που εκλύεται στο περιβάλλον ως θερμική, όσο αυτό σπρώχνει τα κιβώτια.
 - viii. Τη συνάρτηση του έργου της δύναμης που ασκεί το παιδί – θέσης κιβωτίων $W_F = f(x)$ και να την παραστήσετε γραφικά.
 - ix. Τη συνάρτηση $K = K_A + K_B = f(x)$ από $x = 0$ μέχρι $x = 10\text{m}$ και τις συναρτήσεις $K_A = f(x)$, $K_B = f(x)$ όσο τα κιβώτια θα κινούνται μόνα τους, όπου K_A , K_B οι κινητικές ενέργειες των κιβωτίων A και B αντίστοιχα.
- Να παραστείσετε σε κοινό διάγραμμα όλες αυτές τις συναρτήσεις.
- x. Σε ποια θέση αντιστοιχούν ίσες κινητικές ενέργειες των κιβωτίων και πόση θα είναι η κινητική ενέργεια καθενός όταν διέρχονται από τη θέση αυτή;
 - xi. Τι εκφράζουν οι κλίσεις των παραπάνω γραφικών παραστάσεων και
 - xii. Να αναφέρετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν κατά τη κίνηση των κιβωτίων.

Απάντηση



i. Η ενέργεια που πρόσφερε το παιδί είναι ίση με το έργο της δύναμης που άσκησε δηλαδή

$$W_F = F \cdot x \cdot \cos 0^\circ \quad \text{ή} \quad F = \frac{W_F}{x} \quad \text{ή}$$

$$\mathbf{F = 190N \quad (1)}$$

ii. Είναι $W_{T_A} = T_A \cdot x \cdot \cos 180^\circ = -T_A \cdot x$ ή

$$\mathbf{W_{T_A} = -1600J \quad (2)}$$

και $W_{T_B} = T_B \cdot x \cdot \cos 180^\circ = -T_B \cdot x$ ή

$$\mathbf{W_{T_B} = -100J \quad (3)}$$

iii. Έστω K_A η κινητική ενέργεια του κιβωτίου A και K_B η κινητική ενέργεια του κιβωτίου B , στη θέση $x= 10$ m .

Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση των κιβωτίων όσο τα σπρώχνει το παιδί έχουμε ότι

$$W_F = (K_A + K_B) + |W_{T_A}| + |W_{T_B}| \quad \text{ή} \quad (K_A + K_B) = W_F - (|W_{T_A}| + |W_{T_B}|) \quad \text{και με βάση τα δεδομένα και τις (2), (3)}$$

$$K_A + K_B = 1900J - 1700J \quad \text{ή}$$

$$\mathbf{K_A + K_B = 200J \quad (4)}$$

iv. Η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος , θα μετατραπεί σε θερμική μέσω του έργου των τριβών άρα

$$K_A + K_B = T_A \cdot S_A + T_B \cdot S_B \quad \text{ή} \quad 200 = 160 \cdot S_A + 10 \cdot S_B \quad \text{ή}$$

$$20 = 16 \cdot S_A + S_B \quad (5) \quad \text{δίδεται και} \quad S_B - S_A = 3m \quad \text{άρα}$$

$$S_B = 3 + S_A \quad (6) \quad \text{και η (5) γράφεται}$$

$$20 = 17 \cdot S_A + 3 \quad \text{ή} \quad 17 \cdot S_A = 17 \quad \text{άρα} \quad \mathbf{S_A = 1m \quad (7)}$$

Από δε τις (6) και (7) προκύπτει $\mathbf{S_B = 4m \quad (8)}$

v. Μέγιστη κινητική ενέργεια αποκτούν τα κιβώτια στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησής τους , δηλαδή στη θέση $x= 10m$, η οποία όμως μετατρέπεται εξ ολοκλήρου σε θερμική κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση που ακολουθεί.

Άρα $K_{A,max} = T_A \cdot S_A$ και με βάση την (7) $\mathbf{K_{A,max} = 160J \quad (9)}$

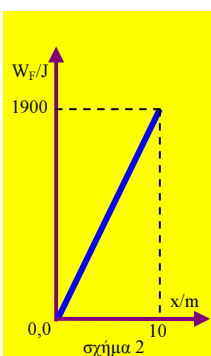
vi. Αφού τα κιβώτια τελικά σταματούν πάνω στο τραχύ επίπεδο , ολόκληρο το ποσό της ενέργειας που δόθηκε από το παιδί θα περάσει τελικά στο περιβάλλον ως θερμική ενέργεια δηλαδή

$$Q_{ολ} = W_F \quad \text{ή} \quad \mathbf{Q_{ολ} = 1900J}$$

vii. Έστω p_S το ζητούμενο ποσοστό . Θα είναι $p_S = \frac{|W_{T_A}| + |W_{T_B}|}{Q_{ολ}} \cdot 100\% \quad \text{ή}$

$$p_S = \frac{1700}{1900} \cdot 100\% = 89,47\%$$

viii. Το έργο της δύναμης που ασκεί το παιδί είναι $W_F = F \cdot x$ ή



$$W_F = 190 \cdot x \text{ στο SI με } 0 \leq x \leq 10\text{m} \quad (10)$$

Η γραφική παράσταση της (10) φαίνεται στο σχήμα 2

ix. Είναι $K = K_A + K_B = F \cdot x - (T_A + T_B) \cdot x$ ή

$$K = 20 \cdot x \text{ στο SI, με } 0 \leq x \leq 10\text{m} \quad (11)$$

Για την κινητική ενέργεια K_A του κιβωτίου A, μετά που θα αρχίσει να κινείται μόνο του ισχύει ότι

$$K_A = K_{A,\max} - T_A \cdot (x - 10) \quad \text{ή}$$

$$\text{ή } K_A = 160 - 160 \cdot (x - 10) \quad \text{ή } K_A = 1760 - 160 \cdot x \text{ στο SI με } 10\text{m} \leq x \leq 11\text{m} \quad (12)$$

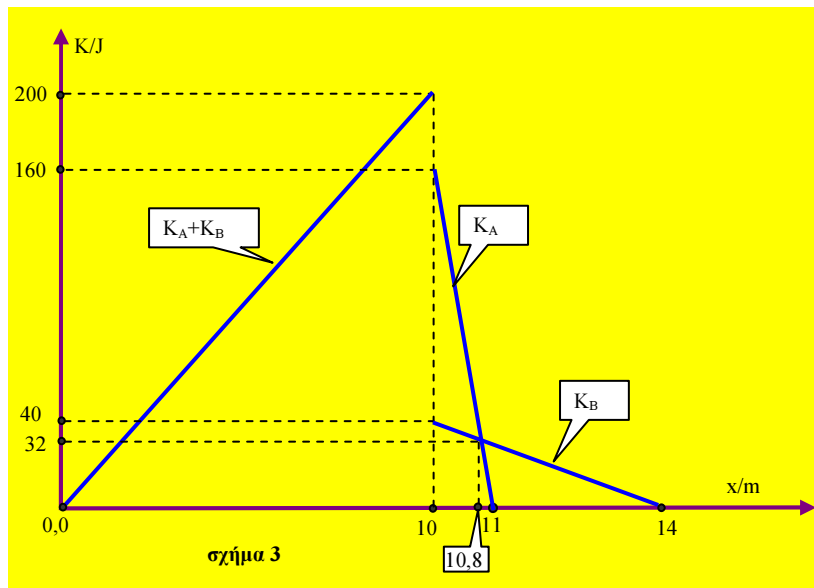
Για την κινητική ενέργεια K_B του κιβωτίου B μετά που θα αρχίσει να κινείται μόνο του ισχύει ότι

$$K_B = K_{B,\max} - T_B \cdot (x - 10) \quad \text{όμως } K_{B,\max} = 200\text{J} - K_{A,\max}$$

και με βάση την (9) $K_{B,\max} = 40\text{J}$ οπότε $K_B = 40 - 10 \cdot (x - 10)$ ή

$$K_B = 140 - 10 \cdot x \text{ στο SI με } 10\text{m} \leq x \leq 14\text{m} \quad (13)$$

Η γραφικές παραστάσεις των (11), (12) και (13) φαίνονται στο σχήμα 3 που ακολουθεί



x. Θέλουμε $K_A = K_B$. Από τις (12) και (13) έχουμε ότι $1760 - 160 \cdot x = 140 - 10 \cdot x$ ή $x = 10,8 \text{ m}$.

Θέτουμε την τιμή ή $x = 10,8 \text{ m}$ στις (12) και (13) κι έχουμε $K_A = K_B = 32\text{J}$

xi. Από τις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 3 προκύπτει

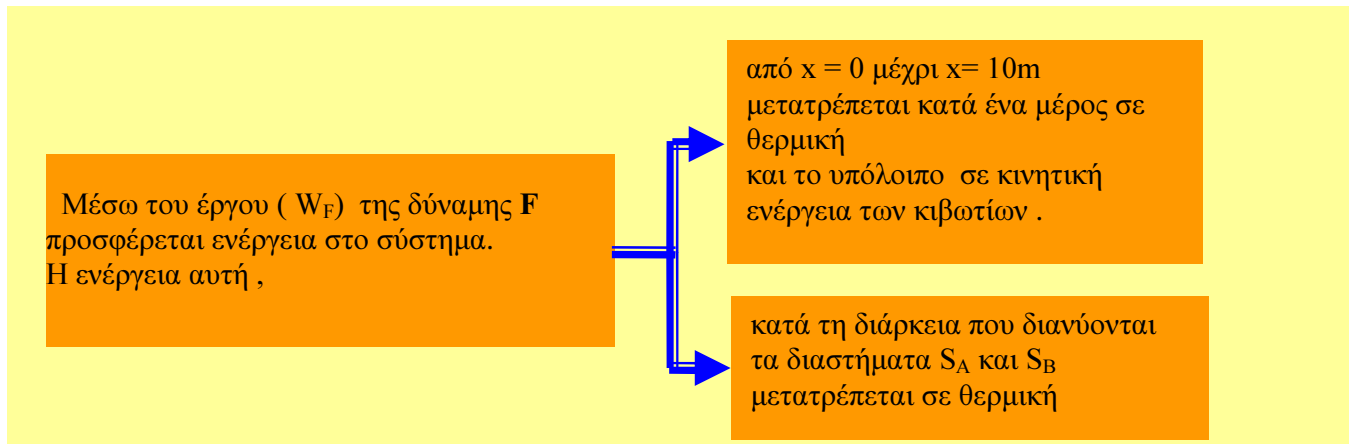
$$\alpha. \frac{\Delta K}{\Delta x} = \frac{(200 - 0) \text{ J}}{(10 - 0) \text{ m}} = 20\text{N}$$

Αλλά $\Sigma F_{εξ,x} = F - (T_A + T_B) = 190\text{N} - 170\text{N} = 20\text{N}$ άρα

$\frac{\Delta K}{\Delta x} = \Sigma F_{εξ,x}$ πράγμα αναμενόμενο σύμφωνα με το θεώρημα έργου ενέργειας για το σύστημα ($\Delta K = W_{\Sigma F,εξ}$).

$$\beta. \text{ και } \left. \begin{aligned} \frac{\Delta K_A}{\Delta x_A} &= \frac{(0 - 160) \text{ J}}{(11 - 10) \text{ m}} = -160\text{N} = -T_A \\ \frac{\Delta K_B}{\Delta x_B} &= \frac{(0 - 40) \text{ J}}{(14 - 10) \text{ m}} = -10\text{N} = -T_B \end{aligned} \right\} \text{ αναμενόμενο κι αυτό σύμφωνα με το θεώρημα έργου ενέργειας.}$$

xii. Οι ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν κατά τη κίνηση των κιβωτίων είναι οι παρακάτω:

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Μανώλης Δρακάκης